

平成 30 年度 次世代の科学技術を担う人材育成事業



高校生科学技術コンテスト ファーストステージ

物理

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れなどに気付いた場合は、挙手をして監督者に知らせなさい。ただし、問題内容にかかわる質問は、受け付けません。
- 3 解答用紙には、解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って正しく記入しなさい。
 - (1) 受験番号欄…受験票に記入されている受験番号を記入しなさい。
 - (2) 氏名欄…氏名を楷書で記入しなさい。
 - (3) 所属校名欄…受験票に記入されている所属校名を記入しなさい。
- 4 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。

受験番号	
氏名	
所属校名	

第1問

次の各問いに答えよ。

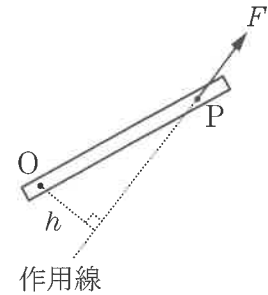
問1 力のモーメントのつり合いを利用して、液体の密度を測定する実験を行った。

● 力のモーメント

図のように、回転の中心 O と力が作用する作用線（作用点を P ）までの距離を h としたとき、作用している力の大きさが F の場合、その力のモーメントの大きさ $|N|$ は、

$$|N| = Fh$$

で定められる。方向は回転の中心 O に対して反時計回りと時計回りが考えられる。



● 力のモーメントのつり合い

2つ以上の力が作用する場合は、力のモーメントの方向を考慮した各力のモーメントの和となる。この和が0となると、物体は回転せず、これを力のモーメントのつり合いという。反時計回りを正とした各力のモーメントを N_1, N_2, \dots としたとき、力のモーメントのつり合いの式は、

$$N_1 + N_2 + \dots = 0$$

となる。

● アルキメデスの原理

液体中で物体は鉛直方向上向きに浮力を受ける。その浮力の大きさ F は、液体の密度を ρ_0 、液体中の物体の体積を V 、重力加速度の大きさを g とすると、

$$F = \rho_0 V g$$

と表せる。

密度 ρ 、断面積 S 、高さ h が同じ円筒形の物体 (以後、単に物体と呼ぶ) P と Q がある。この物体 P と Q の上面の中心 (円の中心) に軽い糸を取り付け、一様でまっすぐな棒の両端にそれぞれ取り付ける。図 1 のように、左側の物体 P の半分を液体中に沈め、この棒が水平になる位置を探して、糸を取り付けてぶら下げたところ、この棒を 3 : 2 に内分する点 A に糸を取り付けると水平になった。この液体の密度はいくらか。正しいものを、下のア~クの中から一つ選べ。

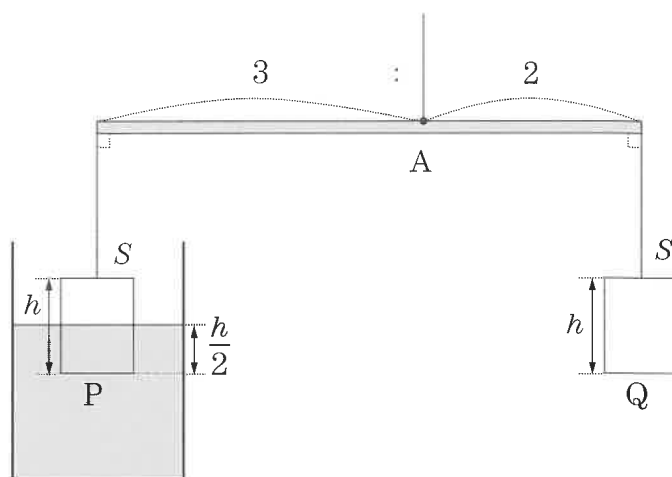


図 1

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| ア $\frac{1}{5} \rho$ | イ $\frac{1}{3} \rho$ | ウ $\frac{1}{2} \rho$ | エ $\frac{2}{3} \rho$ |
| オ $\frac{5}{3} \rho$ | カ $\frac{3}{2} \rho$ | キ $\frac{5}{2} \rho$ | ク 2ρ |

問2 一定の速さで運動する物体の分裂後のエネルギー変化を考察する。この問題は、重心系で考えると計算が容易になる。

● 運動量保存則

2つ以上からなる物体系全体に外力が作用しないとき、系全体の運動量の和は保存する。各物体の運動量をそれぞれ m_1v_1 , m_2v_2 , ... とすると、

$$m_1v_1 + m_2v_2 + \dots = \text{一定}$$

となる。

● 重心系と重心に対する速度

下図のように、直線上を運動するそれぞれの質量が m_1 , m_2 の2つの物体1, 2がある。静止座標系(静止している観測者) x でそれぞれの速度を v_1 , v_2 とすると、重心座標系(重心と共に運動している観測者) x_G の速度 v_G は、

$$v_G = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

となる。重心に対する物体の相対速度をそれぞれ v_{G1} , v_{G2} , とし、物体1に対する物体2の相対速度 $v_2 - v_1$ を v_{12} とすると、

$$v_{G1} = v_1 - v_G = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1) = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{12}$$

$$v_{G2} = v_2 - v_G = \frac{m_1}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1) = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{12}$$

となる。また、2つの物体からなる系全体の運動エネルギー E は、

$$E = \frac{1}{2} m_1v_1^2 + \frac{1}{2} m_2v_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_G^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{12}^2$$

となり、重心の運動エネルギーと相対運動の運動エネルギーの和で表すことができる。

ここで、

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$$

で定まる質量 μ を換算質量といい、これと系全体の質量 $M = m_1 + m_2$ を用いると、

$$E = \frac{1}{2} Mv_G^2 + \frac{1}{2} \mu v_{12}^2$$

と書き表せる。

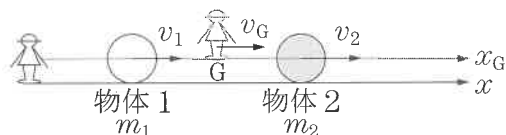


図2のように、なめらかな直線上を一体となって速さ v_0 で運動している質量 M の物体 P と質量 m の物体 Q が、ある瞬間に同一直線上で P に対する Q の相対的な速さ u で分離した。分離後の物体 P と Q からなる系全体の運動エネルギーの増加量はいくらか。正しいものを、下のア～カの中から一つ選べ。

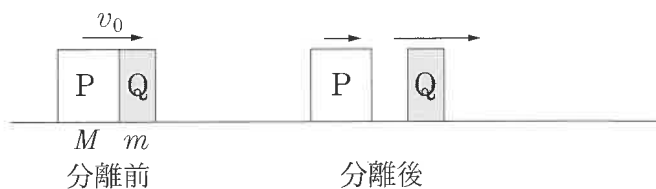


図2

ア $\frac{mMu^2}{2(M+m)}$

イ $\frac{mMu^2}{M+m}$

ウ $\frac{1}{2}(M+m)u^2$

エ $\frac{mM^2v_0^2}{2(M+m)}$

オ $\frac{mMv_0^2}{M+m}$

カ $\frac{1}{2}(M+m)v_0^2$

問3 図3のように、焦点距離 f ($f > 0$) の凸レンズLを固定し、レンズの中心Oから距離 a ($a > 0$) の位置に物体Pをおいたところ、レンズの中心Oから距離 b ($b > 0$) 離れた位置に倒立実像Qが観測された。この位置から、物体Pが凸レンズLから遠ざかる方向に一定の速さ v ($v > 0$) で運動を開始したところ、凸レンズLを通して観測される倒立実像Qの位置も同時に変化し始めた。このとき、倒立実像Qの位置は、物体Pが動き出してから微小時間 Δt 経過する間に距離 Δb ($\Delta b > 0$) だけ変化した。この微小時間 Δt の間の物体Pの移動距離と倒立実像Qの移動距離はそれぞれ a 、 b に比べて十分に小さいものとする。この場合、物体Pの速さ v は、 k を正の定数として、

$$v = k \frac{\Delta b}{\Delta t}$$

として表せる。ここで、 x の大きさが十分に小さい場合 ($|x| \ll 1$)、次の近似式

$$\frac{1}{1+x} \doteq 1-x$$

が成り立つ。この正の定数 k として正しいものを、下のア～クの中から一つ選べ。

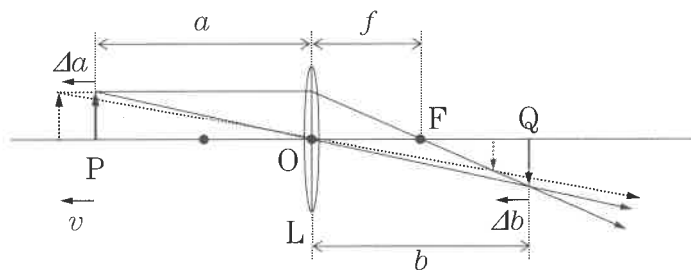


図3

● レンズの公式と倍率

凸レンズの焦点距離（レンズの中心 O と焦点 F までの距離）を f ，レンズの中心 O から物体 P までの距離を a ，レンズの中心 O から像 Q までの距離を b とすると，レンズの公式と倍率 m に関して，

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad m = \frac{b}{a}$$

が成立する。

● 近似公式

$|x| \ll 1$ の場合， n を任意の実数としたとき，次の近似式（1次近似）が成り立つ。

$$(1+x)^n \doteq 1+nx$$

この式より，例えば，

$$\frac{1}{1+x} \doteq 1-x \quad (n = -1 \text{ の場合})$$

$$\sqrt{1+x} \doteq 1 + \frac{1}{2}x \quad (n = \frac{1}{2} \text{ の場合})$$

となる。

ア $\frac{b}{a}$

イ $\left(\frac{b}{a}\right)^2$

ウ $\frac{a}{b}$

エ $\left(\frac{a}{b}\right)^2$

オ $\frac{a}{f}$

カ $\left(\frac{a}{f}\right)^2$

キ $\frac{b}{f}$

ク $\left(\frac{b}{f}\right)^2$

問4 共鳴管を用いて、一定の半径の円運動をする音源の角速度を求める観測を行った。図4のように、中心Oの周りを一定の速さで円運動する音源Sがある。この中心Oを通る直線L₀上の観測点Pで共鳴管(閉管)を用いて、共鳴音が聞こえる気柱の長さlを測定する。中心Oと観測点Pまでの距離は、円軌道の半径や気柱の長さlに比べて十分大きいものとする。観測を行うと、共鳴音が生じる気柱の長さは変化し、共鳴音が最も低いときの気柱の長さはl₁であり、共鳴音が最も高いときの気柱の長さはl₂(<l₁)であった。また、音源Sが円軌道を1周する間に同じ気柱の長さとなる瞬間が2回観測されたが、その時間間隔は異なる。ただし、風はなく、共鳴管の開口端補正は無視でき、共鳴管には常に基本振動が生じているものとする。

これらは、ドップラー効果と音が伝わる時間を考えると次のように理解できる。図4のように、直線L₀と円軌道の交点を点A、点Cとし、観測点Pから音源Sの円軌道に引いた接線L₁、L₂との接点をそれぞれ点B、点Dとする。観測点Pで観測される音の振動数は、点Bで発した音を観測するとき最も低くなり、点Dで発した音を観測するとき最も高くなる。この場合、距離OPが半径に比べて十分大きいので、直線L₁、L₂と直線L₀を平行とみなして、ドップラー効果を考えてよい。

また、点Aと点Cで発した音はドップラー効果が生じず、観測点Pでは同じ振動数を観測するが、音が伝わる時間を考慮すると、点Aで発した音を観測してから点Cで発した音を観測するまでの時間をt₁、点Cで発した音を観測してから点Aで発した音を観測するまでの時間をt₂とすると、t₁>t₂であり、この差をΔtとする。以上から、音源Sの速さと円軌道の半径を求めることができ、角速度を知ることができる。この音源Sの角速度はいくらか。正しいものを、下のア～キの中から一つ選べ。

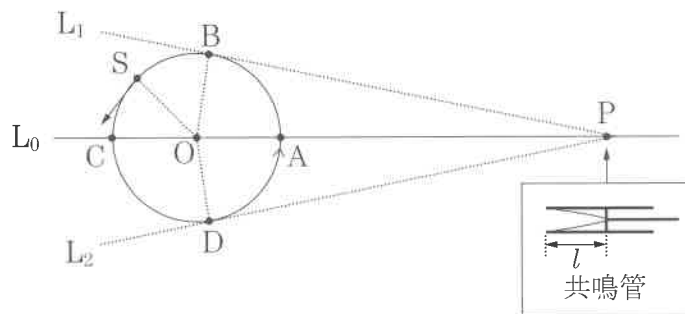


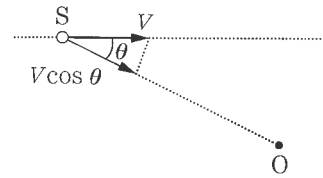
図4

● ドップラー効果

風はなく、音の速さを V とする。一定の速さ v で運動する振動数 f_0 の音源 S と静止している観測者 O がいるとき、図のように、 O から見た S の方向（視線方向）と S の運動方向が角度 θ をなす位置で発した音を O が聞くと、ドップラー効果によりその振動数 f は（視線方向速度成分 $v \cos \theta$ を用いて）、

$$f = \frac{V}{V - v \cos \theta} f_0$$

と表せる。



● 閉管の固有振動数

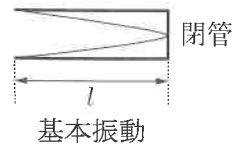
開口端補正を無視すると気柱の長さが l のとき、閉管の基本振動数 f_1 は、

$$f_1 = \frac{V}{4l}$$

と表せる。一般に、閉管には奇数倍振動が存在し、 $n = 1, 2, 3, \dots$ として、奇数 $(2n - 1)$ 倍振動数 f_{2n-1} は、

$$f_{2n-1} = (2n - 1) f_1$$

となる。



● 共鳴

音源 S からの音の振動数が共鳴管の固有振動数に一致すると、共鳴管から共鳴音が聞こえる。

● 音の伝わる時間

音を発した時刻を t_0 、この瞬間の観測者 O と音源 S の距離を L とすると、音の速さ V は O 、 S の運動によって変化しないので、観測時刻 t_1 は、

$$t_1 = t_0 + \frac{L}{V}$$

となる。

- | | | | | | | | |
|---|---------------------------------------------|---|---------------------------------------------|---|---------------------------------------------|---|------------------------------------------|
| ア | $\frac{l_1 - l_2}{4(l_1 + l_2) \Delta t}$ | イ | $\frac{l_1 - l_2}{3(l_1 + l_2) \Delta t}$ | ウ | $\frac{l_1 - l_2}{2(l_1 + l_2) \Delta t}$ | エ | $\frac{l_1 - l_2}{(l_1 + l_2) \Delta t}$ |
| オ | $\frac{2(l_1 - l_2)}{(l_1 + l_2) \Delta t}$ | カ | $\frac{3(l_1 - l_2)}{(l_1 + l_2) \Delta t}$ | キ | $\frac{4(l_1 - l_2)}{(l_1 + l_2) \Delta t}$ | | |

問5 図5のように、抵抗値 R の抵抗 R 、自己インダクタンス L のコイル L 、電気容量 C のコンデンサー C を直列に接続し、最大値 V_0 、角周波数 ω の交流電源 E に接続した回路がある。抵抗 R 以外の抵抗はすべて無視することができ、回路の自己誘導も無視できるものとする。

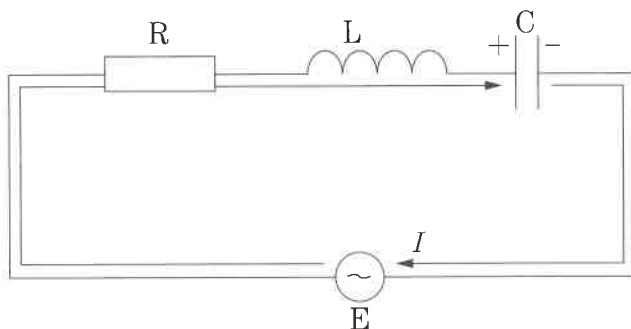


図5

● RLC 直列接続の交流回路と共振

時刻 t で交流電源 E の電圧 V が、

$$V = V_0 \sin \omega t$$

で与えられると、回路に流れる電流 I は、最大値を I_0 、回路のインピーダンスを Z 、電圧 V と電流 I の位相差を φ として、

$$I = I_0 \sin (\omega t - \varphi)$$

となる。ここで、

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}, \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}, \quad \tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

となる。この角周波数が $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ のとき、

$$Z = R \text{ (最小)}, \quad I_0 = \frac{V_0}{R} \text{ (最大)}, \quad \tan \varphi = 0 \text{ (} I \text{ と } V \text{ は同位相)}$$

となり、これを直列共振という。

この回路は交流電源 E の角周波数が,

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

のとき共振し、回路内に流れる電流 I の最大値 I_0 は,

$$I_0 = \frac{V_0}{R}$$

となる。一般に、回路に流れる電流 I の最大値は、角周波数 ω に対して図6のように山型に変化する。この曲線を共振曲線という。

ここで、電流 I の最大値が $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ になる ω の値を考える。この ω の値は2つあり、それらを ω_1 , ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$) とするとき、その差 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ に対する ω_0 の比 (Q とする)

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

は、共振曲線の鋭さを示す量となる。この Q 値が大きくなるほど共振曲線の形は鋭くなっていく。この Q はいくらか。正しいものを、下のア～キの中から一つ選べ。

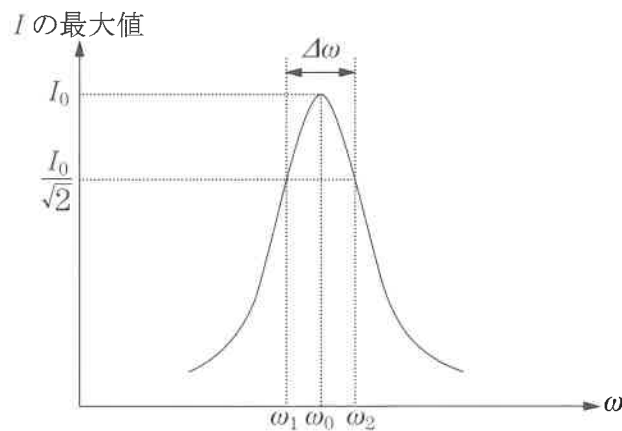


図6

ア $R\sqrt{\frac{L}{C}}$

イ $R\sqrt{\frac{C}{L}}$

ウ $\frac{R}{\sqrt{LC}}$

エ $R\sqrt{LC}$

オ $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

カ $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{C}{L}}$

キ $\frac{\sqrt{LC}}{R}$

ク $\frac{1}{R\sqrt{LC}}$

問6 次の文章中の空欄 1 ~ 3 に入れる組み合わせとして最も適切なものを、下のア~クの中から一つ選べ。

● 極板間に生じる一様な電場の大きさ

極板間隔 d の平行な極板間に電圧 V を加えると、極板間には電位の高い方から低い方に一様な電場が生じ、その大きさ E は、

$$E = \frac{V}{d}$$

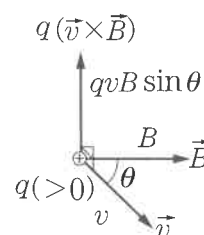
となる。

● クーロン力とローレンツ力

電場 (ベクトル) \vec{E} と磁場 (ベクトル) \vec{B} が生じている場所で、電荷 q 、速度 (ベクトル) \vec{v} の荷電粒子が運動すると、電場から受けるクーロン力 $q\vec{E}$ と磁場から受けるローレンツ力 $q(\vec{v} \times \vec{B})$ の和で与えられる基本的な力 (電磁気力)

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

が作用する。ここで、記号「 $\vec{v} \times \vec{B}$ 」はベクトルの外積 (ベクトル積) を表し、磁場 \vec{B} から受ける力 (ローレンツ力) が「 \vec{v} から \vec{B} へ右ねじを回したとき、右ねじが進む方向」に作用し、その大きさは v (大きさ v) と B (大きさ B) のなす角度を θ としたとき「 $vB\sin\theta$ 」であることを示す (右図)。



● 等速円運動の運動方程式

中心方向 (向心方向) に大きさ F の一定の力を受けて、一定の速さ v で半径 r の円運動する物体には中心方向に大きさ $\frac{v^2}{r}$ の加速度 (向心加速度) が生じ運動方程式は、

$$m \frac{v^2}{r} = F$$

と表される。

● 原子番号と質量数

原子番号を Z 、質量数を A 、元素記号を X とすると、原子 (や原子核) は ${}_Z^A X$ と表される。原子核の場合、 Z は原子核を構成する陽子数を表し、 A は原子核を構成する陽子と中性子の総数を表す。

● 同位体

原子番号が同じで質量数の異なる原子核をもつ原子を互いに同位体という。同位体は、化学的性質がほぼ等しいが物理的性質が異なっている。

原子の質量を求めたり、同位体を分離したりするのに、図7のような質量分析器を用いる。質量を測定したい原子を、放電などによってイオン化する。以下では、このイオン源からは陽イオンが飛び出しているものとする。

このイオンに電圧を加えると加速され、加速されたイオンがスリット S_1 , S_2 を通って直進する。スリット S_2 , S_3 間に、間隔 d の平行な極板 A, B を入れてその間に V_1 の電圧を加え、同時に紙面に対して垂直に表から裏の方向に磁束密度 B_1 の一様な磁場を加えると、ある速さのイオンだけが直進してスリット S_3 を通過し、半円形の部分に入る。半円形部分には、紙面に対して垂直で表から裏の方向に磁束密度 B_2 の一様な磁場が加えられており、スリット S_3 を通過したイオンは等速円運動を行って、写真フィルム上の点 P に達する。この半径を測定することで、イオンの質量などを知ることができる。

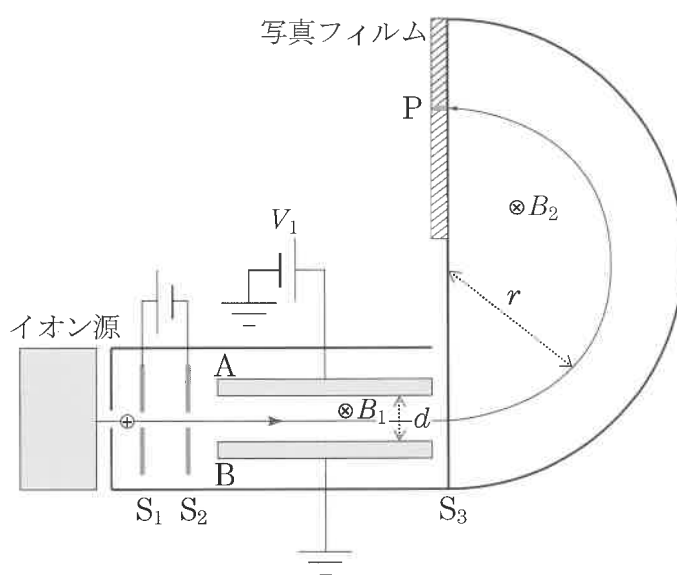


図7

このイオンの質量を m , 電荷を $+q$ ($q > 0$) とする。イオン源から飛び出すイオンの速さにはばらつきがあり、その結果、スリット S_1 , S_2 間で加速された後のイオンの速さにもばらつきが生じる。こうした様々な速さをもつイオンの中で、極板 A, B 間を直進し、スリット S_3 を通過できる速さは、極板 A, B 間を通過する際に、次のように一つに選択される。

加速後のイオンの速さを v とする。極板間を通過するとき、イオンには極板間に生じている一様な電場から $A \rightarrow B$ 方向に大きさ $\boxed{1}$ のクーロン力と、同時に加えられている磁場から $B \rightarrow A$ 方向に大きさ qvB_1 のローレンツ力を受ける。したがって、この2つの力が釣り合う速さをもったイオンのみが極板間を直進することができる。

スリット S_3 を通過したイオンは半円形部分に加えられている磁場から受けるローレンツ力を向心力とする等速円運動を行い、半周して写真フィルムの点 P に達する。この円運動の半径を r とすると、運動方程式より、 m 、 q 、 d 、 V_1 、 B_1 、 B_2 を用いて、

$$r = \boxed{2}$$

となる。

スリット S_3 を通過したイオンには電荷は同じだが質量が異なる同位体が含まれている。いま、この中の2つの同位体の円運動の半径をそれぞれ r_1 、 r_2 ($r_2 > r_1$) とすると、

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{9}{8}$$

であった。表1から、このイオンは $\boxed{3}$ となる。

元素名	同位体
水素	${}^1_1\text{H}$
	${}^2_1\text{H}$
炭素	${}^{12}_6\text{C}$
	${}^{13}_6\text{C}$
窒素	${}^{14}_7\text{N}$
	${}^{15}_7\text{N}$
酸素	${}^{16}_8\text{O}$
	${}^{18}_8\text{O}$
ネオン	${}^{20}_{10}\text{Ne}$
	${}^{22}_{10}\text{Ne}$
塩素	${}^{35}_{17}\text{Cl}$
	${}^{37}_{17}\text{Cl}$

表1

	1	2	3
ア	$\frac{qV_1}{d}$	$\frac{mV_1}{qdB_1B_2}$	水素
イ	$\frac{qV_1}{d}$	$\frac{mV_1}{qdB_1B_2}$	酸素
ウ	$\frac{qV_1}{d}$	$\frac{mdB_1B_2}{qV_1}$	窒素
エ	$\frac{qV_1}{d}$	$\frac{mdB_1B_2}{qV_1}$	水素
オ	$\frac{qV_1}{d}$	$\frac{mV_1}{qdB_1B_2}$	ネオン
カ	qV_1d	$\frac{mV_1}{qdB_1B_2}$	塩素
キ	qV_1d	$\frac{mdB_1B_2}{qV_1}$	水素
ク	qV_1d	$\frac{mdB_1B_2}{qV_1}$	炭素

問7 次の文章中の空欄 1 ~ 4 に入れる組み合わせとして最も適切なものを、下のア〜クの中から一つ選べ。

図8は、X線を発生させるX線管とよばれる装置の原理図である。真空に近いガラス管内で熱せられた陰極から飛び出した電子(熱電子)を高電圧で加速して、陽極の金属(ターゲット)に衝突させることによりX線を発生させる。このとき発生するX線の波長と強度の関係(X線スペクトル)を調べると図9のようなグラフとなる。X線スペクトルは、連続的に変化する連続X線と鋭いピークを示す固有X線(図9における波長 λ_1 , λ_2 のX線)からなる。

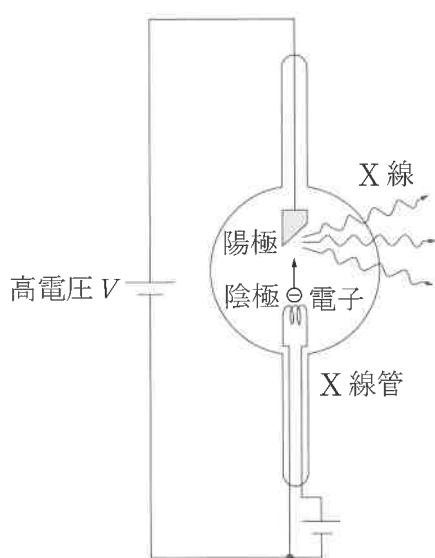


図8

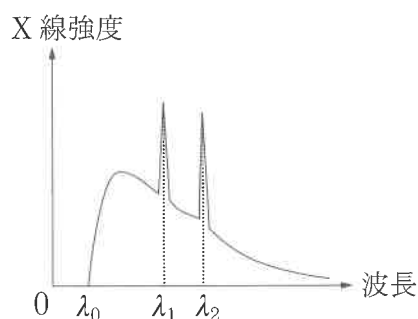


図9

● 光の粒子性

光は粒子性をもつことが明らかになり、このとき光は光速で動く多数の粒子(光子)の流れとなる。光の振動数を ν 、波長を λ 、真空中の光の速さを c 、プランク定数を h とすると、光子1個がもつエネルギー E と運動量の大きさ p はそれぞれ、

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{方向は光の進む方向})$$

と表される。

● 制動放射

荷電粒子は加速度運動を行うと電磁波を放出し、エネルギーを失うことが知られている。電子が原子核の近くを通過するとき、原子核から力を受けてその運動方向が曲げられて(加速度運動をして)運動エネルギーを失い減速する。このとき放出された電磁波のエネルギーは、0から電子のもっていた運動エネルギーと同じ値までの連続的なものとなり、これにより放出された電磁波の波長も様々な波長を含む連続的なものになる。

ターゲットに衝突した電子はターゲット内の金属原子から力を受けて急速に減速し静止する。この際、電子のもっていた運動エネルギーの一部または全部がX線（光子）として放射されたものが **1** X線となる。電子の運動エネルギーがすべてX線（光子）のエネルギーとして放射されたものが、最短波長 λ_0 のX線である。電子の電気量の大きさ（電気素量）を e 、真空中の光の速さを c 、プランク定数を h 、加速電圧を V とすると、エネルギー保存則より、 $\lambda_0 =$ **2** となる。

一方、**3** X線は、ターゲットに衝突した電子が、ターゲットの金属原子内の原子核に近いエネルギーの低い軌道の電子をたたき出し、このときに生じた空席によりエネルギーの高い軌道の電子が遷移し、その際に生じるエネルギー差がX線（光子）として放射されたもので、ターゲットの金属の種類に **4** 決まっている。

	1	2	3	4
ア	連続	$\frac{eV}{hc}$	固有	よって
イ	連続	$\frac{eV}{hc}$	固有	よらず
ウ	固有	$\frac{eV}{hc}$	連続	よって
エ	固有	$\frac{eV}{hc}$	連続	よらず
オ	連続	$\frac{hc}{eV}$	固有	よって
カ	連続	$\frac{hc}{eV}$	固有	よらず
キ	固有	$\frac{hc}{eV}$	連続	よって
ク	固有	$\frac{hc}{eV}$	連続	よらず

問8 次の文章中の空欄 ～ に入れる組み合わせとして最も適切なものを、下のア～クの中から一つ選べ。

● 熱機関

熱を仕事に変換する装置

● 循環過程 (サイクル)

ある状態から加熱, 冷却, 圧縮, 膨張などによる状態の変化を経て元の状態に戻ること
を繰り返す過程を循環過程 (サイクル) という。

● 熱効率

熱機関が 1 サイクルで外部にした正味の仕事を W , この間に加熱した総量を Q_+ とすると, 熱機関の熱効率 e は,

$$e = \frac{W}{Q_+}$$

で定められる。

● 第1種永久機関

外部からエネルギーを供給しなくとも仕事をし続ける熱機関を第1種永久機関という。
第1種永久機関はエネルギー保存則に反し実現しない。

● 第2種永久機関

一つの熱源から熱を吸収してそれらをすべて仕事に変換する熱効率 100 % の熱機関を
第2種永久機関という。第2種永久機関は熱の不可逆性に反し実現しない。

熱を仕事に変換する装置を熱機関という。熱機関は循環過程 (サイクル) を用いて連続的に
仕事を取り出す。1 サイクルの中で加熱した総量を $Q_1 (>0)$, 放熱した総量を $Q_2 (>0)$ とす
ると, 1 サイクルで外部にした正味の仕事は となるので, 熱効率 e は Q_1, Q_2 を用
いて,

$$e = \text{$$

と表される。このとき, = 0 とすることはできず, 「 $e = 1$ (100 %) の熱機関 (第2種
永久機関) が存在しない」。これを という。

第2種永久機関が存在しないことと, 「熱は, 低温物体から高温物体に自然に移動するこ
とがない」不可逆性とは同等であることが理解されており, これらは熱現象の基本的な原理とし
て考えられている。

	1	2	3	4
ア	$Q_1 - Q_2$	$\frac{Q_2}{Q_1 + Q_2}$	Q_2	熱力学第2法則
イ	$Q_1 - Q_2$	$\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2}$	Q_1	熱力学第1法則
ウ	$Q_1 - Q_2$	$1 - \frac{Q_2}{Q_1}$	Q_2	熱力学第2法則
エ	$Q_1 - Q_2$	$1 - \frac{Q_1}{Q_2}$	Q_1	熱力学第1法則
オ	$Q_1 + Q_2$	$\frac{Q_2}{Q_1 + Q_2}$	Q_2	熱力学第2法則
カ	$Q_1 + Q_2$	$\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2}$	Q_1	熱力学第1法則
キ	$Q_1 + Q_2$	$1 - \frac{Q_2}{Q_1}$	Q_2	熱力学第2法則
ク	$Q_1 + Q_2$	$1 - \frac{Q_1}{Q_2}$	Q_1	熱力学第1法則

第2問

地球を一様な密度で質量が M 、半径が R の球体とし、万有引力の定数を G とする。以下の物体の運動の考察では、地球の自転と公転の影響や大気による空気抵抗は無視できるものとし、地球の万有引力以外の力も無視できるものとする。

I. 最初に、図1のように、地球のまわりを半径 r ($r \geq R$) の円軌道で周回する質量 m の人工衛星 P について考える。人工衛星 P は万有引力を向心力とし、地球の中心 O を中心として一定の速さ v の円運動を行っている。

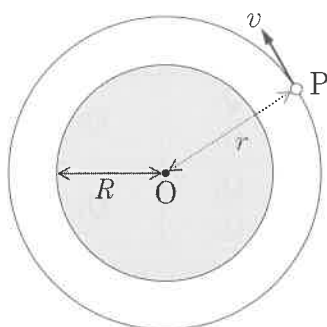


図1

● 万有引力の法則

2つの物体間にはたらく引力の大きさ F はそれらの質量 m_1 と質量 m_2 の積に比例し物体の中心間距離 r の2乗に反比例する。

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G は物体によらない定数で万有引力定数と呼ばれる。 $(G \doteq 6.67 \times 10^{-11} [\text{Nm}^2/\text{kg}^2])$

● 等速円運動の運動方程式

中心方向（向心方向）に大きさ F の一定の力を受けて、一定の速さ v で半径 r の円運動する物体は中心方向に大きさ $\frac{v^2}{r}$ の加速度（向心加速度）が生じ、運動方程式は、

$$m \frac{v^2}{r} = F$$

と表される。

問1 人工衛星 P の速さ v を、 G 、 M 、 r を用いて表せ。

問2 人工衛星 P の周期を、 G 、 M 、 r 、 π を用いて表せ。

II. 次に、図2のように、地球の中心 O を通り、地表のある地点 A とその裏側の地点 B を結ぶ細長く滑らかなトンネル内の小物体 Q の運動を考える。このトンネル内に地球の中心 O を原点とし、 $B \rightarrow A$ を正の方向とする x 座標を設定する。ここで、位置 x にある小物体 Q の受ける力は、中心 O から距離 $|x|$ 内にある地球の質量が中心 O に集まったと仮定した場合に、その質量から小物体が受ける万有引力に等しい。トンネルと小物体 Q 間の摩擦は無視できるものとする。小物体 Q の質量を m とし、 Q を地点 A より静かに放したときの運動を考える。

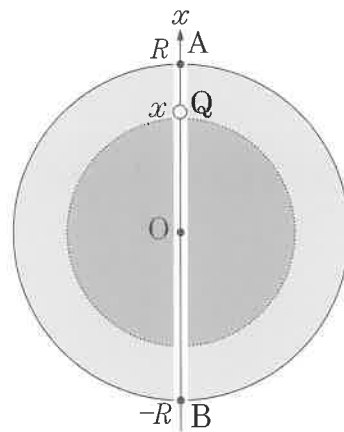


図2

問3 位置 x にある小物体 Q の受ける力の大きさを求めよ。

問4 位置 x にある小物体 Q の加速度を a とする。座標 x の正負に注意して、小物体 Q の運動方程式を記せ。

● 等速円運動と単振動

下図のように、半径 A 、角速度 ω (速さ $v=A\omega$) で等速円運動をしている物体 P について、その物体の x 軸方向への正射影を考え、その点 (P から x 軸に下ろした垂線と x 軸の交点) を正射影 Q とする。物体 P が時刻 $t=0$ のとき $x=A$ の位置を反時計回りに運動を開始すると、その正射影 Q の位置は、

$$x=A\cos\omega t$$

と表せる。物体 P が円軌道を 1 周すると、正射影 Q は x 軸上を 1 往復し、その周期 T は、

$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

となる。

また、等速円運動の加速度 (向心加速度) の大きさは $A\omega^2$ と表され、その正射影である Q の加速度 a は、

$$a=-A\omega^2\cos\omega t=-\omega^2x$$

となる。

● 復元力と単振動

力 F を受けて単振動が生じているとき、運動方程式「 $m\mathbf{a}=F$ 」より、

$$F=-m\omega^2x$$

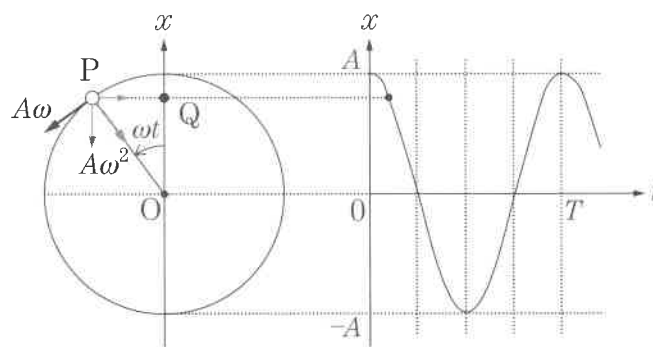
となる。 $m\omega^2=k$ (正の定数) で表すと、この力 F は、

$$F=-kx$$

と表される。この力 F は復元力といわれる。一般に、復元力が作用すると物体の運動は単振動となる。 $m\omega^2=k$ の関係から、 k, m を用いて T は、

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

と表せる。



問5 問4の結果から小物体 Q はトンネル内で単振動をすることがわかる。この周期を G, M, R, π を用いて表せ。

● 第1宇宙速度

人工衛星が地球の地表すれすれを周回し続けるときの速度を第1宇宙速度という。第1宇宙速度を v_1 とすると、地球の重力加速度の大きさ g を用いて、

$$v_1 = \sqrt{gR}$$

と表すことができる。($v_1 \doteq 7.91$ [km/s])

問6 問2の結果を利用して、人工衛星Pが地球の地表すれすれを周回するときの周期が小物体Qの周期と一致することを示せ。このことは、人工衛星Pの正射影を小物体Qと考えると、「等速円運動と単振動の関係」からも理解できる。

問7 物体が地表で受ける万有引力が、物体が地表で受ける重力となる。この点に着目して、地球の重力加速度の大きさ g を G , M , R を用いて表し、第1宇宙速度 v_1 が $v_1 = \sqrt{gR}$ となることを示せ。

問8 地球の半径 R を 6400 km とし、第1宇宙速度 v_1 を 8.0 km/s として、人工衛星Pと小物体Qの周期がおおよそ何分になるか求めよ。ただし、 $\pi \doteq 3$ としよ。

第3問

金属の両端を異なる温度にすると電位差が生じる（ゼーベック効果）。同じ温度差に対して生じる電位差は金属の種類によって異なるため、図1のように、2種類の金属 M_1 、 M_2 の一端を接合し他端を開放して、その両側に温度差を与える。ここで、両側の温度をそれぞれ t_1 、 $t_2 (>t_1)$ とする。開放した端 P_1 、 P_2 の間に起電力（熱起電力） V が生じる。この起電力を利用した温度計を熱電対温度計という。熱電対温度計を利用した実験について考察してみよう。

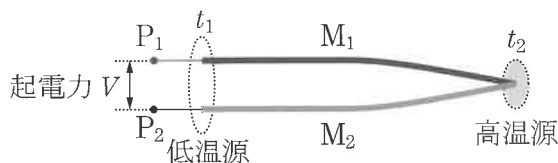


図1

● ゼーベック効果

金属内部には多数の自由電子が存在する。金属両端に温度差を与えると（一方の端を加熱し他方の端を冷却すると）、自由電子が高温側から低温側に移動して、低温側の自由電子密度が高くなり、高温側が高電位、低温側が低電位となり、金属に電位差が生じる。この電位差による電場から受ける力と熱による自由電子の偏りが釣り合うと、定常状態になる。これをゼーベック効果という。定常状態で生じている電位差 V はこのときの温度差 ΔT に比例し、比例定数を k とすると、

$$V = k\Delta T$$

となる。この係数をゼーベック係数と呼ぶ。

ゼーベック係数は金属によって異なるため、2種類の金属を接合してその両端に温度差を与えるとループ内に電流が流れ、一方の端を切り離すとその端にそれぞれの電位差の差に相当する起電力が生じる。

I. 熱電対温度計を利用した実験を行うために準備する回路の参考になる回路に、電池の起電力を測定する電位差計の回路がある。まずはこの回路について考察してみよう。

図2は電位差計の原理図で、内部抵抗が $1.00\ \Omega$ で起電力 9.00V の電池E、抵抗値を $0\sim 9.00\ \Omega$ の間で変えることができる可変抵抗R、長さが 1.00 m で抵抗値 $5.00\ \Omega$ の均質な抵抗線XY、検流計G、スイッチS、起電力が 2.00 V の標準電池 E_s 、起電力が不明の電池 E_x からなる。ここで、スイッチSは端子aの側につなげると標準電池 E_s に接続され、端子bの側につなげると電池 E_x に接続される。また、端子Pは抵抗線XY上を滑らせることができる。

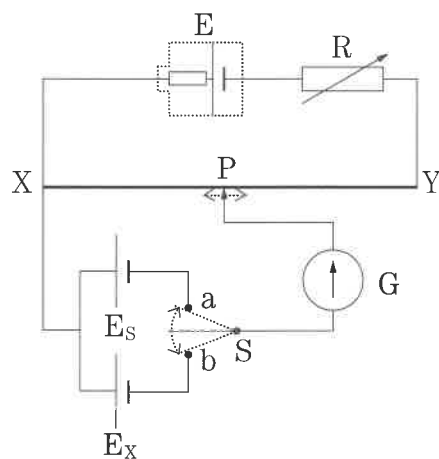


図2

● 電位差計 (ポテンシオメーター) の原理

起電力を正確に測定する回路。すべり抵抗の端子Pを動かし、検流計に流れる電流が0となる位置(XPの長さ*l*)を測定する。このとき、XP間の電位差と測定したい電池の起電力が一致する。

問1 可変抵抗 R の抵抗値を変えることで、この電位差計で測定できる起電力の最大値 V_m の範囲を変えることができる。測定できる最大値 V_m の範囲の最小値を V_1 、最大値を V_2 とすると、

$$V_1 \leq V_m \leq V_2$$

と表せる。最小値 V_1 [V] と最大値 V_2 [V] をそれぞれ求め、有効数字 2 桁で答えよ。

可変抵抗 R の抵抗値を 3.00Ω にして以下の測定を行った。

問2 スイッチを a 側につなぎ、端子 P を移動させて検流計 G を流れる電流が 0 となる位置を探した。このとき、 XP の長さ [m] を求め、有効数字 2 桁で答えよ。

問3 続いて、スイッチ S を b 側につなぎ換え、再び端子 P を移動させて検流計 G を流れる電流が 0 となる位置を探したところ、 $XP = 0.800$ [m] であった。電池 E_x の起電力 [V] を求め、有効数字 2 桁で答えよ。

II. 熱伝対温度計を利用した実験を行うために、電池 E_0 、抵抗値を変えられる可変抵抗 R_0 、均質な抵抗線 X_0Y_0 、検流計 G 、スイッチ S からなる図 3 のような回路を準備した。端子 P_0 は抵抗線 X_0Y_0 上を滑らせることができる。ここに、2 種類の金属 M_1 、 M_2 からなる熱電対温度計を接続し、起電力が生じる端子 P_1 、 P_2 を 0°C に保って基準温度接点（冷接点）とし、もう一方を測温接点として温度 $t[^\circ\text{C}]$ を測定する。

電位差計と同様に端子 P_0 を移動させて検流計 G を流れる電流が 0 となる位置を探すと、 X_0P_0 間の長さから端子 P_1 、 P_2 間の起電力 V を測定することができ、この起電力より温度 $t[^\circ\text{C}]$ が判明する。

● 基準温度接点と起電力

金属 M_1 のゼーベック係数を k_1 、 M_2 のゼーベック係数を $k_2 (>k_1)$ とすると、温度差 ΔT で端子 P_1 、 P_2 間に生じる起電力 V は、

$$V = (k_2 - k_1) \Delta T = k_{12} \Delta T \quad \text{ただし、} k_{12} = k_2 - k_1$$

となる。起電力 V を測定すると温度差 ΔT は判明するが、測定したい温度は判明しないので、一方の温度を決めて温度測定を行う。実際の測定では端子 P_1 、 P_2 を 0°C に保ちこれを基準温度接点（冷接点）とする。

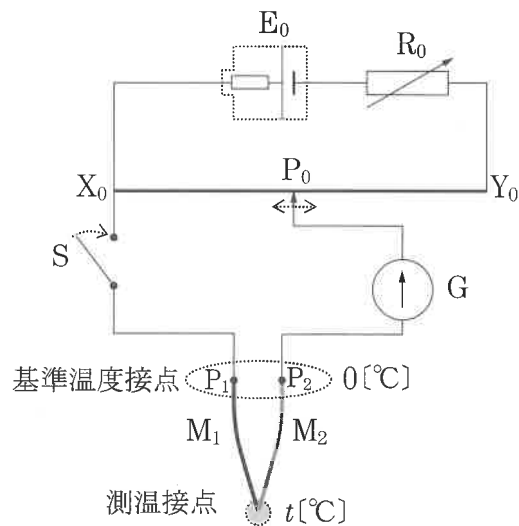


図 3

この回路を用いてある 2 種類の金属 M_1 、 M_2 からなる熱電対温度計について、測温接点の温度 $t[^\circ\text{C}]$ を変えて起電力 $V[\text{mV}]$ を測定すると、表 1 のようになった。

$t[^\circ\text{C}]$	$V[\text{mV}]$
0	0.00
100	4.10
200	8.14
300	12.21
400	16.40
500	20.64
600	24.91

表 1

- 問4** 熱電対温度計の起電力 $V[\text{mV}]$ を縦軸に、温度 $t[^\circ\text{C}]$ を横軸にとって、起電力 $V[\text{mV}]$ と温度 $t[^\circ\text{C}]$ の関係を表すグラフの概形を描け。
- 問5** 起電力 $V[\text{mV}]$ と温度 $t[^\circ\text{C}]$ の関係から、この2種類のゼーベック係数から決まる比例定数 k_{12} に関してどのようなことが言えるか、簡単に述べよ。
- 問6** この熱電対温度計を用いて亜鉛の融点を調べたところ、起電力は $17.20[\text{mV}]$ であった。
問4で作成したグラフを活用して亜鉛の融点の温度 $[^\circ\text{C}]$ を求め、有効数字2桁で答えよ。

第4問

光は波動性をもち干渉を示す。光の干渉を利用すると微小な距離や角度を求めることができ様々なところで利用されている。以下では、装置はすべて真空中に置かれているものとする。

- I. 図1は、光が波動性をもちことを示したヤングの実験の原理図である。波長 λ の単色光源からの光を単スリット S_0 に通した後、中心線 S_0O から等距離にある間隔 d の2重スリット S_1 、 S_2 に通して、距離 L 離れているスクリーンに投影させると、スクリーン上では、明暗の干渉縞が観測された。スクリーン上の点 P と点 O の距離を x とし、 L は x 、 d に比べて十分大きい($L \gg x, d$)ものとする。また、すべてのスリットの幅は十分に小さいものとする。

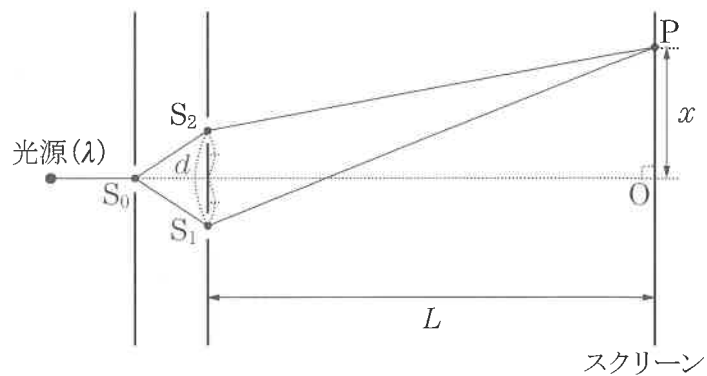


図1

問1 波源に生じた単振動が伝わる正弦波を用いて干渉条件（干渉して最も強め合う場合と最も弱め合う場合の条件）を考察してみよう。次の文章の空欄 ～ に入る式をそれぞれ記せ。

● 波の式（正弦波の式）

波源の位置を原点として媒質の位置を座標 x で示す。波源に振幅 A 、周期 T の単振動が生じると、この位置 ($x=0$) における時刻 t の変位 y_0 は初期位相を θ_0 として、

$$y_0 = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \theta_0\right)$$

と表せる。この振動が x 軸の正の方向に速さ v 、波長 λ の波として伝わると、時刻 t における位置 x の媒質の変位 y は、

$$y = A \sin\left\{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \theta_0\right\}$$

となる。この式を波の式（正弦波の式）という。ここで、三角関数の角度部分

$$2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \theta_0$$

を位相という。位相は媒質がどのような振動状態にあるかを示す量となる。特に、時刻 $t=0$ のときの位相 θ_0 を初期位相という。

● 波の独立性と重ね合わせの原理

媒質上に2つ以上の波が同時に重なってもそれぞれの波は互いに影響されずに伝わって行く。これを波の独立性という。このとき、2つ以上の波が同時に重なった点の変位 y は、各波が単独に伝わった際の変位をそれぞれ y_1, y_2, \dots とすると、各変位を足し合わせた

$$y = y_1 + y_2 + \dots$$

となる。これを波の重ね合わせの原理という。

● 波の強さ（波のエネルギー）

単位面積当たり単位時間当たりに運ばれるエネルギーを波の強さという。媒質の密度を ρ 、波の伝わる速さを v 、振動数を f 、振幅を A とすると、波の強さ I は、

$$I = 2\pi^2 \rho v f^2 A^2$$

となる。 ρ, v, f が同じ場合、波の強さ I は振幅 A の2乗に比例する。

● 三角関数の公式

三角関数 $\sin\theta_1$ と $\sin\theta_2$ の和・積の公式：
$$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\sin\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \cos\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}$$

三角関数 $\cos\theta$ の2乗に関する公式：
$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$$

媒質上に振幅 A 、周期 T 、初期位相が等しい同位相の波源 S_1 、 S_2 がある。この媒質上で波源 S_1 、 S_2 からそれぞれ距離 l_1 、 l_2 離れた点 P に、 S_1 、 S_2 から到達する波の変位をそれぞれ y_1 、 y_2 とすると、波源での初期位相を 0 ($\theta_0=0$)、波長を λ としたとき、時刻 t で、

$$y_1 = A \sin \left(\boxed{1} \right)$$

$$y_2 = A \sin \left(\boxed{2} \right)$$

と表せる。このとき、時刻 t の点 P の変位 y は重ね合わせの原理から、

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos \left(\boxed{3} \right) \sin \left\{ \frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{\lambda} (l_1 + l_2) \right\} \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。①式で、 $\sin \left\{ \frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{\lambda} (l_1 + l_2) \right\}$ は時間的に周期 T で振動する項であり、点 P の振幅 A_p は、波源 S_1 、 S_2 からの位置関係で決まり

$$A_p = 2A \left| \cos \boxed{3} \right|$$

となる。

この結果より、一般に媒質上では波源 S_1 、 S_2 からの位置関係が異なると振幅が異なる。この場合、波の強さは振幅の 2 乗にのみ比例するので、比例定数を a とすると、媒質上の任意の点での波の強さ I は、

$$I = I_0 \left\{ 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (l_1 - l_2) \right\} \quad \dots \textcircled{2}$$

と表せる。ただし、 $I_0 = 2aA^2$ とした。②式より、波の強さが最大になるのは、

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} (l_1 - l_2) = \boxed{4}$$

の場合で、波の強さが最小になるのは、

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} (l_1 - l_2) = \boxed{5}$$

の場合である。したがって、経路差 $\Delta l = l_1 - l_2$ によって、最も強め合う位置と最も弱め合う位置が決定されることになる。

ヤングの実験では、ひとつの単色光源から出た光は、2つの経路 $S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow P$ と $S_0 \rightarrow S_2 \rightarrow P$ を通ってスクリーン上で重なり合って干渉する。スクリーン上で最も強め合う位置に明線が生じ、最も弱め合う位置に暗線が生じ、この結果、明暗の縞模様が観測される。ヤングの実験では、 $S_0S_1 = S_0S_2$ と設定されているので、経路差 Δl は、実質的に距離 S_1P と距離 S_2P の差に等しい。

問2 図1を参照して、 S_1P と S_2P をそれぞれ求め、 d 、 L 、 x で表せ。

問3 近似公式を用いて、経路差 Δl を求め、 d, L, x で表せ。ただし、 a が b に比べて十分大きいとき ($a \gg b$) のとき、次の近似公式が成り立つ。

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \doteq a \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right\} = a + \frac{b^2}{2a}$$

問4 ヤングの実験では明線間隔と暗線間隔は等しい。この間隔 Δx を求め、 d, L, λ で表せ。

II. 図2のように、地球から非常に遠くにある天体の大きさ R を決定する角直径 γ や、接近した2つの星(連星 P_1, P_2) の距離 R の測定に必要な角度 γ は非常に小さく、通常の望遠鏡では判別できない。

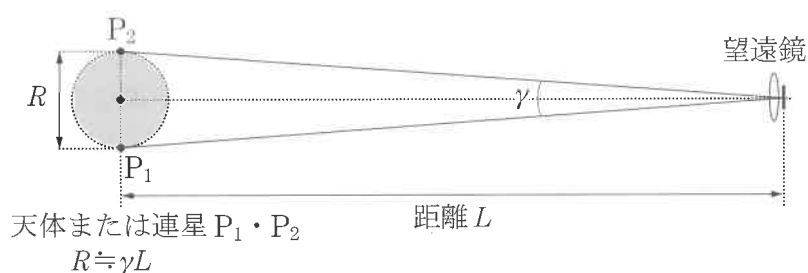


図2

● 角直径 (視直径)

ある位置から天体を見たときに、天体の直径を見込む角度 (図2の角度 γ) を角直径または視直径という。角直径が γ [rad] で微小の場合、 $\tan \gamma \doteq \gamma$ と近似できるので、天体の直径を R 、天体までの距離を L とすると、

$$R = L \tan \gamma \doteq \gamma L$$

となる。

● 連星

2つの近接した星が互いの重力 (万有引力) で引き合い、その重心を中心として周回しているものを連星という。連星同士の距離 (図2の R) は地球からの距離 (図2の L) に比べて非常に小さいので、通常の望遠鏡で観測しても2つの星が1つに見えてしまうことが多い。

マイケルソンは、光の干渉を利用した天体干渉計を用いて、その測定に成功した。図3はそのマイケルソンの天体干渉計の原理図である。望遠鏡(対物レンズ)の前にスリット S_1 、 S_2 を固定し、スリットの前に平面鏡 M_1 、 M_2 、 M_3 、 M_4 を対称に配置する。内側の平面鏡 M_2 、 M_3 は固定されているが、外側の平面鏡 M_1 、 M_4 はその方向をスリット S_1 、 S_2 に平行に対称に動かすことができ、その間隔 D を変えることができる。

平面鏡 M_1 、 M_4 に入射した平行光は、スリット S_1 、 S_2 を通って観測面(集光面)で重なり合っ

て干渉し、ヤングの実験と同様に干渉縞が生じる。十分遠い位置にある天体からの光は平行光とみなすことができる。光 L_1 と光 L_2 はそれぞれ天体の両端(連星 P_1 、 P_2 の位置)または連星 P_1 、 P_2 からの光で、それぞれは別の点光源からの光とみなせる。 $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow S_1$ の経路長と $M_4 \rightarrow M_3 \rightarrow S_2$ の経路長は等しく設定されているので、光 L_2 が平面鏡 M_1 と平面鏡 M_4 に入射する際に生じる経路差 Δl は、平面鏡 M_1 と平面鏡 M_4 の間隔 D と L_1 と L_2 のなす角度 γ で決定される。

異なる点光源からの光は干渉しないので、観測面には光 L_1 が単独にある場合(点光源 P_1 が単独にある場合)の干渉縞(光の強さ I_1)と、光 L_2 が単独にある場合(点光源 P_2 が単独にある場合)の干渉縞(光の強さ I_2)が重なり合っ

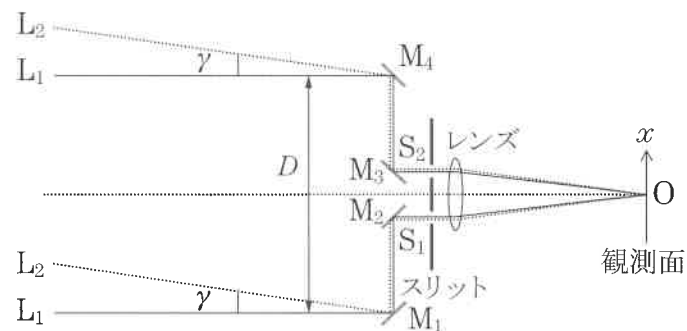


図3

● 異なる光源からの光

異なる光源から出る光は初期位相が不規則に変化するため、重なり合っても干渉せず、それぞれの光源からの光の強さの和となる。

$$I = I_1 + I_2$$

角直径 γ は非常に小さいため、実際の観測では、平面鏡 M_1 と平面鏡 M_4 の間隔 D を大きくする必要があり、ウィルソン山天文台の望遠鏡を用いて行われたマイケルソンの観測では、 D の最大間隔は 6.1 m、観測できる最小の角直径は約 0.02 秒であった。

平面鏡 M_1 と平面鏡 M_4 の間隔 D が小さいと、光 L_2 が平面鏡 M_1 と平面鏡 M_4 に入射する際に生じる経路差 Δl は影響せず、観測面上には明瞭な干渉縞が観測される。ここで、平面鏡 M_1 と平面鏡 M_4 の間隔をゆっくりと広げていくと、経路差 Δl が影響を与え、明瞭な干渉縞が消えて一様に明るくなり、さらに間隔を広げていくと再び明瞭な干渉縞が現れるのが観測された。

問5 図4を参照して、光 L_2 が平面鏡 M_1 と平面鏡 M_4 に入射する際に生じる経路差 Δl を求め、 D , γ で表せ。ただし、「微小な角度 γ に対して、 $\sin\gamma \doteq \tan\gamma \doteq \gamma$, $\cos\gamma \doteq 1$ 」が成り立つことを用いてよい。

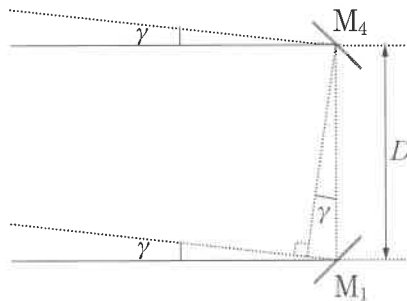


図4

天体や連星からの光 (L_1 , L_2) は白色光であるが、観測ではその中の波長 λ_0 を観測しているものとする。

問6 任意の整数を m として、観測面で明瞭な干渉縞が生じる条件と一様に明るくなる条件を、 D , γ , m , λ_0 を用いて記せ。

角直径の測定に最初に成功したのはベテルギウス (オリオン座 α 星) で、その角直径は約 0.047 秒 ($\gamma \doteq 0.047''$) であった。

● 角度の単位

$$1 \text{ 度 } (1^\circ) = \frac{\pi}{180} \text{ ラジアン (rad)}$$

$$1 \text{ 分 } (1') = \frac{1}{60} \text{ 度}$$

$$1 \text{ 秒 } (1'') = \frac{1}{60} \text{ 分} = \frac{1}{3600} \text{ 度}$$

問7 角直径 γ とベテルギウスまでの距離 L には測定誤差がある。ここでは、 $\gamma=0.05''$ 、 $L=600$ 光年とする。ベテルギウスの大きさ (直径) R を見積もり、太陽の何倍の大きさか、有効数字 1 桁で答えよ。ただし、1 光年を 9.5×10^{12} km、太陽の直径を 1.4×10^6 km とし、 $\pi \doteq 3$ として計算せよ。

平成 30 年度 次世代の科学技術を担う人材育成事業



高校生科学技術コンテスト
ファーストステージ

物理

解答解説

受験番号	
氏名	
所属校名	

福岡県教育委員会

第1問

【出題のねらい】

力学，熱，波動，電磁気，原子の各分野の基礎となる法則や概念の理解や，それらを背景とした実験の理解をみると同時に，問題を通してそれらの理解度を深める。

【解答】

- 問1 エ
 問2 ア
 問3 エ
 問4 キ
 問5 オ
 問6 イ
 問7 オ
 問8 ウ

【解説】

問1 (力学) 力のモーメントのつり合い

液体の密度を ρ_0 とすると，棒の左端には物体 P に作用する重力 (鉛直方向下向き) ρShg と浮力 (鉛直方向上向き) $\rho_0 \frac{Sh}{2} g$ の合力 (鉛直方向下向き) $\rho Shg - \frac{1}{2} \rho_0 Shg$ が糸を通して作用し，棒の右端には物体 Q に作用する重力 (鉛直方向下向き) ρShg が糸を通して作用する。棒の長さを l とすると，点 A まわりの力のモーメントのつり合いより，

$$\left(\rho Shg - \frac{1}{2} \rho_0 Shg\right) \cdot \frac{3}{5} l - \rho Shg \cdot \frac{2}{5} l = 0$$

$$\therefore \rho_0 = \frac{2}{3} \rho \quad \text{エ} \quad \dots(\text{答})$$

問2 (力学) 運動量保存則と相対速度

外力が作用しないため系全体の運動量が保存する。この場合，重心速度は変化しないから，系全体のエネルギーは相対速度の変化分だけ増加する。したがって，エネルギーの増加 ΔE は，

$$\Delta E = \frac{1}{2} \left(\frac{mM}{M+m} \right) u^2 = \frac{mMu^2}{2(M+m)}$$

ア…(答)

問3 (波動) レンズのはたらき

レンズの中心 O から物体 P までの距離を a ($a > 0$) とすると，レンズの公式より，

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \dots\text{①}$$

ここで，物体 P が凸レンズ L より遠ざかる方向に移動すると，レンズを通した倒立実像 Q は L に近づく方向に移動する (次図)。微小時間 Δt 経過する間の物体 P の移動距離を Δa とすると，この瞬間，レンズの公式より，

$$\frac{1}{a+\Delta a} + \frac{1}{b-\Delta b} = \frac{1}{f} \quad \dots\text{②}$$

条件「 $\frac{\Delta a}{a} \ll 1$ ， $\frac{\Delta b}{b} \ll 1$ 」より，近似公式を用いると，

$$\frac{1}{a+\Delta a} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{1+\frac{\Delta a}{a}} \doteq \frac{1}{a} \left(1 - \frac{\Delta a}{a} \right),$$

$$\frac{1}{b-\Delta b} = \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{1-\frac{\Delta b}{b}} \doteq \frac{1}{b} \left(1 + \frac{\Delta b}{b} \right)$$

と近似できるので，①を用いて②より，

$$-\frac{1}{a} \cdot \frac{\Delta a}{a} + \frac{1}{b} \cdot \frac{\Delta b}{b} = 0 \quad \therefore \Delta a = \left(\frac{a}{b} \right)^2 \Delta b$$

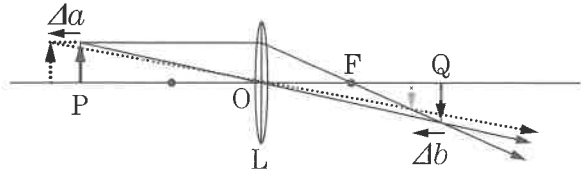
$$\therefore v = \frac{\Delta a}{\Delta t} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 \frac{\Delta b}{\Delta t}$$

これより，

$$k = \left(\frac{a}{b} \right)^2 \quad \text{エ} \quad \dots(\text{答})$$

(注) 倍率 $m = \frac{b}{a}$ を用いると， $v = \frac{1}{m^2} \cdot \frac{\Delta b}{\Delta t}$

と表せる。



問4 (波動) ドップラー効果と気柱の共鳴

音の速さを V とする。音源 S の振動数を f_0 、円軌道を回る速さを v とし、点 B で発した音を観測したときの振動数を f_1 、点 D で発した音を観測したときの振動数を f_2 とすると、ドップラー効果の式より、

$$f_1 = \frac{V}{V+v} f_0, \quad f_2 = \frac{V}{V-v} f_0$$

ここで、共鳴管が共鳴したときの気柱の長さから、

$$f_1 = \frac{V}{4l_1}, \quad f_2 = \frac{V}{4l_2}$$

以上より、

$$\left(\frac{f_1}{f_2} = \right) \frac{V-v}{V+v} = \frac{l_2}{l_1}$$

$$\therefore v = \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} V \quad \dots \textcircled{1}$$

音源 S が円軌道を回る周期を T 、円軌道の半径を r とし、距離 OP を L とする。点 A で発した音を観測してから、点 C で発した音を観測するまでの時間を t_1 、点 C で発した音を観測してから、点 A で発した音を観測するまでの時間を t_2 とすると、

$$t_1 = \left(\frac{T}{2} + \frac{L+r}{V} \right) - \frac{L-r}{V} = \frac{T}{2} + \frac{2r}{V}$$

$$t_2 = \left(\frac{T}{2} + \frac{L-r}{V} \right) - \frac{L+r}{V} = \frac{T}{2} - \frac{2r}{V}$$

したがって、

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{4r}{V} \quad \therefore r = \frac{V\Delta t}{4} \quad \dots \textcircled{2}$$

音源の角速度を ω とすると、①、②より、

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{4(l_1 - l_2)}{(l_1 + l_2)\Delta t} \quad \text{キ} \quad \dots (\text{答})$$

問5 (電磁気) 交流回路と共振

I の最大値が $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ となるのは、 $Z = \sqrt{2}R$ の

ときより、

$$R^2 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2$$

$\omega_2 > \omega_1 > 0$ のもとで解くと、

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{R^2 + \frac{4L}{C}} - R}{2L}$$

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{R^2 + \frac{4L}{C}} + R}{2L}$$

$$\therefore \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

$$\therefore Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{オ} \quad \dots (\text{答})$$

(参考) コイルの端子電圧とコンデンサーの端子電圧の実効値と Q 値の関係

● 実効値

交流電圧や交流電流は時間的に変化するため、その大きさを表すものとして実効値がよく用いられる。実効値は「瞬間値(時間的に変わる値)の2乗平均の平方根」として定められ、これより、

$$\text{実効値} = \frac{\text{最大値}}{\sqrt{2}}$$

となる。電圧と電流の実効値をそれぞれ \bar{V} 、 \bar{I} とすると、回路のインピーダンス Z を用いて、

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{Z}$$

となる。

起電力の実効値を \bar{V} とし、電流の実効値を \bar{I} とすると、共振時において、

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{Z} = \frac{\bar{V}}{R}$$

となる。コイルとコンデンサーの端子電圧の実効値をそれぞれ \bar{V}_L , \bar{V}_C とすると、共振時は、

$$\bar{V}_L = \omega_0 L \cdot \frac{\bar{V}}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \bar{V} = Q \cdot \bar{V},$$

$$\bar{V}_C = \frac{1}{\omega_0 C} \cdot \frac{\bar{V}}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \bar{V} = Q \cdot \bar{V}$$

と表せる。これより、 Q 値が大きくなるほど共振曲線の形は鋭くなっていくと同時に、コイルの端子電圧の実効値やコンデンサーの端子電圧の実効値が大きくなって、加えた電圧の実効値の Q 倍となる。したがって、 Q を大きくすると、共振時において、コイル L やコンデンサー C の端子電圧の実効値を電源電圧 E の電圧の実効値よりも非常に大きくすることができる。

問6 (電磁気) 質量分析器の原理

1. 極板間の電場の強さを E_1 とすると、

$$E_1 = \frac{V_1}{d}$$

より、作用するクーロン力の大きさ F_E は、

$$F_E = qE_1 = \frac{qV_1}{d}$$

2. 作用するローレンツ力の大きさ F_B は、

$$F_B = qvB_1$$

直進条件から、スリット S_3 を通過したイオンの速さは、

$$0 = qvB_1 - \frac{qV_1}{d} \quad \therefore v = \frac{V_1}{dB_1}$$

半円形部分では円運動の運動方程式より、

$$m \frac{v^2}{r} = qvB_2 \quad \therefore r = \frac{mv}{qB_2} = \frac{mV_1}{qdB_1B_2}$$

3. 半径が r_1 , r_2 ($r_2 > r_1$) の同位体の質量をそれぞれ m_1 , m_2 とすると、電荷が等しいので、

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

質量比は質量数比に近似できるので、

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{9}{8} = \frac{18}{16}$$

から、表1を参照するとこのイオンは、酸素となる。 イ …(答)

(参考) ローレンツ力について

専門的には電磁場内で運動する荷電粒子が受ける電磁気力「 $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ 」を総称して「ローレンツ力」という。

問7 (原子・原子核) X線の発生

1. 連続

2. 高電圧で加速後の電子の速さを v とするとエネルギー保存則より、

$$eV = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{hc}{\lambda_0} \quad \therefore \lambda_0 = \frac{hc}{eV}$$

3. 固有

4. 固有X線は金属の種類によって決まっている。 オ …(答)

問8 (熱) 熱の不可逆性

1. 1サイクルして元の状態に戻ると内部エネルギーの変化は0となる。1サイクルで外部にした正味の仕事を W とすると、エネルギー保存則(熱力学第1法則)より、

$$W = Q_1 - Q_2$$

$$2. e = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

3. $Q_2 = 0$

4. 熱力学第2法則 ウ …(答)

● 熱運動

物体を構成する原子や分子は相互に作用しながら絶えず乱雑な運動をしている。この運動を熱運動という。

● 平衡状態

微視的にみると、熱運動により物体を構成する原子や分子の位置や速度は絶えず変化しているが、物体全体で見たときに定まる温度や圧力などの巨視的な量が変化しない状態を平衡状態という。

● 内部エネルギー

物体を構成する原子や分子は熱運動をしているのでエネルギーをもつ。このエネルギーを内部エネルギーという。物体を構成する原子や分子の運動エネルギーと位置エネルギーの総和が内部エネルギーとなる。内部エネルギーは平衡状態では定まった値となる。

● 熱力学第1法則

熱や仕事を加えられると状態が変化し、その状態の変化に伴い内部エネルギーが変化する。一つの平衡状態から別の平衡状態に移行する際に移動した熱量(入るときを正, 出るときを負)を Q , 外部から加えられた仕事を W_{out} , 内部エネルギーの変化を ΔU とすると, エネルギー保存則より,

$$Q + W_{\text{out}} = \Delta U$$

となる。この関係を熱力学第1法則という。

● 循環過程(サイクル)

循環過程では1サイクル後にもとの平衡状態に戻るので, $\Delta U = 0$ となる。1サイクルにおける加熱量を Q_1 , 放熱量を Q_2 , 外部にした正味の仕事を W とすると,

$$Q_1 - Q_2 = W$$

となる。

第2問

【出題のねらい】

万有引力を受けた物体の運動として, 地球のまわりの円軌道を周回する人工衛星の運動と重力トンネルの問題を考える。重力トンネル内の物体の運動が単振動となる点を理解し, 地表から初速度0で重力トンネル内を運動する物体の周期が第1宇宙速度で地球を周回する人工衛星の運動の周期と一致する点を確認して, 等速円運動の正射影が単振動となる点との関連を考察する。また, この周期を具体的に数値で求め, この周期が(日常的な時間感覚で)短いことも確認する。

[解答]

I. 問1 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

問2 $2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

II. 問3 $\frac{GmM}{R^3} |x|$

問4 $ma = -\frac{GmM}{R^3} x$

問5 $2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$

問6 「第1宇宙速度の周期は, 問2の結果で $r=R$ としたもので, 小物体Qの周期に一致する」

問7 $g = \frac{GM}{R^2}$

「問1の結果で $r=R$ として,

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR}$$

問8 80[分]

[解説]

I.

問1

半径 r の円軌道で人工衛星 P が受ける万有引力の大きさ F は,

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

中心方向で成り立つ円運動の運動方程式より,

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM}{r^2} \quad \therefore v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \dots(\text{答})$$

問2

周期を T_P とすると,

$$T_P = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad \dots(\text{答})$$

II.

問3

地球の密度を ρ とすると,

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M}{4\pi R^3}$$

これより, 中心 O から距離 $|x|$ 内にある地球の質量を M_x とすると,

$$M_x = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi |x|^3 = \frac{|x|^3}{R^3} M$$

この位置で小物体 Q の受ける力の大きさを F_x とすると, 問題文の条件より,

$$F_x = G \frac{mM_x}{|x|^2} = \frac{GmM}{R^3} |x| \quad \dots(\text{答})$$

問4

小物体 Q の受ける力は常に地球の中心 O の方向に向くので, $x > 0$ のとき F_x の方向は x 軸負の方向, $x < 0$ のとき F_x の方向は x 軸正の方向となる。この点に注意すると運動方程式は,

$$ma = -\frac{GMm}{R^3} x \quad \dots(\text{答})$$

となる。

問5

問4 より小物体 Q は復元力を受け単振動を行う。この力の定数を k とすると,

$$k = \frac{GmM}{R^3}$$

小物体 Q の単振動の周期を T_Q とすると, 単振動の公式より,

$$T_Q = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad \dots(\text{答})$$

問6

第1宇宙速度の周期は問2の結果の式で $r=R$ としたものになり,

$$T_P = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

これより, $T_P = T_Q$ となる。

問7

地表の重力について,

$$mg = G \frac{mM}{R^2} \quad \therefore g = \frac{GM}{R^2} \quad \dots(\text{答})$$

$GM = gR^2$ と表せるので, $r=R$ として,

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR} \quad \dots(\text{答})$$

問8

このときの周期を ($T_P = T_Q =$) T_1 とすると,

$$T_1 = \frac{2\pi R}{v_1} = \frac{2 \times 3 \times 6400}{8} = 4800 \text{ [秒]}$$

$$= \frac{4800}{60} = 80 \text{ [分]} \quad \dots(\text{答})$$

第3問

【出題のねらい】

金属に温度差を与えると起電力が生じる（ゼーベック効果）。この原理を応用した熱電対温度計を用いた測定実験の問題。熱電対とよばれる温度計を利用するための回路の考察と、データを用いた熱電対の起電力の測定や元素の融点などを考察する問題。回路は高校の物理で扱われている電位差計の考察が主となる。また、ゼーベック効果は高校の物理で扱わないが、問題の説明を読み取ればそれほど難しくはない。物理的に正しく考察を進める力が問われる。

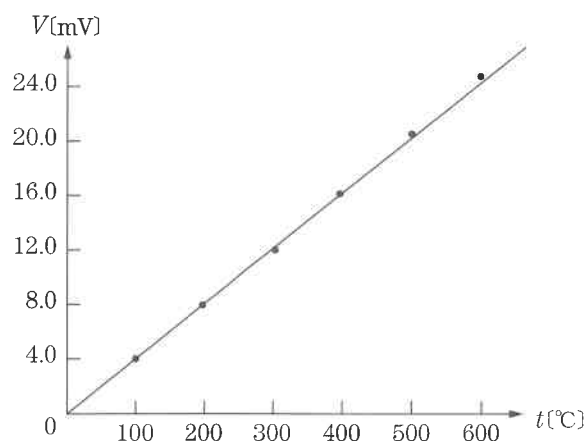
【解答】

I. 問1 $V_1=3.0[\text{V}]$, $V_2=7.5[\text{V}]$

問2 $0.40 (=4.0 \times 10^{-1})[\text{m}]$

問3 $4.0[\text{V}]$

II. 問4



問5 比例定数 k_{12} は温度によらない定数となる。

問6 $420 (=4.2 \times 10^2)[^\circ\text{C}]$

【解説】

I.

問1

端子Pの位置を抵抗線XYのYの位置にした場合、測定できる起電力の最大となる。可変

抵抗Rの抵抗値を $R[\Omega]$ とし、抵抗線XYを流れる電流を $I[\text{A}]$ とすると、

$$I = \frac{9.0}{1.0 + 5.0 + R} = \frac{9.0}{6.0 + R}$$

$$\therefore V_m = 5.0 \times I = \frac{45}{6.0 + R}$$

したがって、

$$V_1 = \frac{45}{6.0 + 9.0} = 3.0[\text{V}] \quad \dots(\text{答})$$

$$V_2 = \frac{45}{6.0 + 0} = 7.5[\text{V}] \quad \dots(\text{答})$$

問2

この場合、抵抗線XYを流れる電流は、

$$I = \frac{9.0}{6.0 + 3.0} = 1.0[\text{A}]$$

となる。また、 $XP=x[\text{m}]$ とすると、XP間の抵抗値 R_{XP} は、

$$R_{XP} = \frac{x}{1.0} \times 5.0[\Omega]$$

となる。検流計Gを流れる電流が0となるとき、XP間の電圧が標準電池の起電力と等しくなるので、

$$\left(\frac{x}{1.0} \times 5.0 \right) \times 1.0 = 2.0$$

$$\therefore x = 0.40[\text{m}] \quad \dots(\text{答})$$

問3

検流計Gを流れる電流が0となるとき、電池 E_X の起電力を $E_X[\text{V}]$ とすると、

$$\frac{E_X}{2.00} = \frac{\left(\frac{0.80}{1.0} \times 5.0 \right) I}{\left(\frac{0.40}{1.0} \times 5.0 \right) I} = \frac{0.80}{0.40}$$

$$\therefore E_X = \frac{0.80}{0.40} \times 2.00 = 4.0[\text{V}] \quad \dots(\text{答})$$

(参考) 電位差計 (ポテンシオメーター)

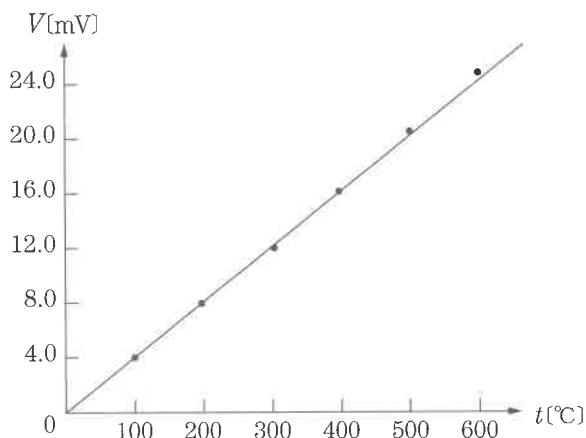
すべり抵抗の端子 P を動かし、検流計に流れる電流が 0 となる位置 (XP の長さ l) を測定する。標準電池 E_S (起電力 E_S) のとき $l=l_S$ 、測定したい電池 E_X (起電力 E_X) のとき $l=l_X$ とすると、次の関係式が成立する。

$$\frac{E_X}{E_S} = \frac{l_X}{l_S} \Leftrightarrow E_X = \frac{l_X}{l_S} E_S$$

II.

問 4

表 1 に与えられた数値を元にグラフを作るとその概形は図のようになる。



問 5

起電力 V [mV] と温度 t [°C] の関係のグラフが直線となるので、比例定数 k_{12} は温度によらない定数といえる。 …(答)

問 6

グラフより、鉛の融点は約 420 °C となる。 …(答)

(参考) 鉛の融点

鉛の融点は 419.527 °C で、1990 年国際温度目盛による定義定点とされている。

第 4 問

【出題のねらい】

光の干渉を用いると、微小な距離や微小な角度を測定することができる。高校の物理で学習したヤングの実験を題材に、干渉条件の導出を波の式を用いて考察する。光の強さに関しては教科書では発展事項として記載されている内容であるが、問題の誘導にしたがえば理解できる。後半は、光の干渉を測定に用いる応用例であるマイケルソンの天体干渉計に関する問題。この部分は、問題を正しく読み取り、物理的に考える力が試される。

【解答】

I. 問 1 1. $2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l_1}{\lambda}\right)$

2. $2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l_2}{\lambda}\right)$

3. $\frac{\pi}{\lambda}(l_1 - l_2)$ または $\frac{\pi}{\lambda}(l_2 - l_1)$

4. 1

5. -1

問 2 $S_1P = \sqrt{L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2}$

$S_2P = \sqrt{L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}$

問 3 $\frac{xd}{L}$

問 4 $\frac{\lambda L}{d}$

II. 問 5 γD

問 6 明瞭な干渉縞が生じる条件：

$$\gamma D = m\lambda_0$$

一様に明るくなる条件：

$$\gamma D = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$$

問 7 900 倍

[解説]

I.

問 1

波の式より,

$$y_1 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l_1}{\lambda} \right) \quad \dots(\text{答})$$

$$y_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l_2}{\lambda} \right) \quad \dots(\text{答})$$

「三角関数の和・積の公式」を用いると,

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos \frac{\pi}{\lambda} (l_2 - l_1) \sin \left\{ \frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{\lambda} (l_1 + l_2) \right\} \quad \dots\text{①} \quad \dots(\text{答})$$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$ の関係があるので,

$$y = 2A \cos \frac{\pi}{\lambda} (l_1 - l_2) \sin \left\{ \frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{\lambda} (l_1 + l_2) \right\}$$

と表すこともできる。これより, 点 P の振幅 A_p は,

$$A_p = 2A \left| \cos \frac{\pi}{\lambda} (l_2 - l_1) \right|$$

または,

$$A_p = 2A \left| \cos \frac{\pi}{\lambda} (l_1 - l_2) \right|$$

となり, 波源 S_1, S_2 からの位置関係 (経路差 $\Delta l = l_1 - l_2$) で決まる。

問題文にあるように, この結果より, 媒質上では波源 S_1, S_2 からの位置関係 (経路差 $\Delta l = l_1 - l_2$) が異なると振幅が異なる。波源 S_1, S_2 からの波は, 媒質の密度 ρ , 波の伝わる速さ v , 振動数 $f \left(T = \frac{1}{f} \right)$ が等しいので, 波の強さは振幅の 2 乗にのみ比例する。比例定数を a とすると, 媒質上の任意の点での波の強さ I は,

$$I = aA_p^2 = 4aA^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (l_2 - l_1)$$

$I_0 = 2aA^2$ とおき, 「三角関数 $\cos\theta$ の 2 乗に関する公式」を用いると,

$$I = I_0 \left\{ 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (l_2 - l_1) \right\} = I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l \right) \quad \dots\text{②}$$

と表せる。これより,

波の強さが最大 ($I = 2I_0$) となる場合:

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} (l_1 - l_2) = 1_4 \quad \dots(\text{答})$$

波の強さが最小 ($I = 0$) となる場合:

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} (l_1 - l_2) = -1_5 \quad \dots(\text{答})$$

となる。一般に, 任意の整数を m としたとき,

$$\cos\theta = 1 \Leftrightarrow \theta = 2\pi m$$

$$\cos\theta = -1 \Leftrightarrow \theta = 2\pi \left(m + \frac{1}{2} \right)$$

より, 干渉して強め合う場合と弱め合う場合 (干渉条件) は, 経路差を用いて,

波の強さが最大となる場合:

$$l_2 - l_1 = m\lambda$$

波の強さが最小となる場合:

$$l_2 - l_1 = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda$$

と表せる。

(注) 光の場合, 媒質が異なると進む速さや波長が異なる。本問は装置全体が真空中に置かれているため, 経路差を考えれば良いが, 屈折率が問題になる媒質中は経路差を光路差に変えて考察する。

(参考) 絶対屈折率と光学距離

● 絶対屈折率

真空中の光の速さを c , 波長を λ , 媒質中の光の速さを c' , 波長を λ' とすると, 真空中から媒質中に光が進むときの屈折率 n を絶対屈折率または単に屈折率と呼ぶ。

$$n = \frac{c}{c'} = \frac{\lambda}{\lambda'}$$

一般に、 $n > 1$ となる。

● 光学距離 (光路長)

屈折率 n の媒質中の距離 (経路長) l を進むのに要する時間と同じ時間で真空中を進む距離 L を光学距離 (光路長) という。

$$\text{進む時間} : \frac{l}{c'} = \frac{L}{c}$$

$$\therefore L = \frac{c}{c'} l = nl$$

これより、「光学距離 = (屈折率) × (経路長)」となる。

ひとつの光源から出た光が一旦2つ(以上)に分割され、それぞれが異なる媒質中を進んで重なり合う場合、干渉条件は経路差を光路差に変えて考えれば良い。光路差を ΔL とすると、

$$\text{光が強め合う場合} : \Delta L = m\lambda$$

光が弱め合う場合 :

$$\Delta L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

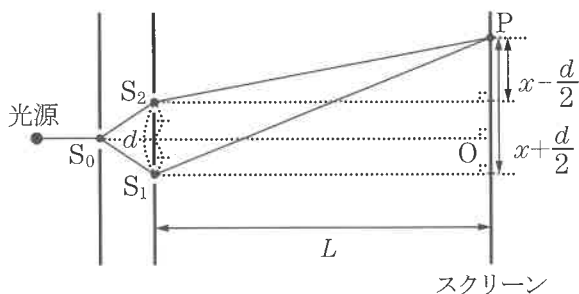
となる。

問2

図の三角形に着目すると、ピタゴラスの定理より、

$$S_1P = \sqrt{L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} \quad \dots(\text{答})$$

$$S_2P = \sqrt{L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \quad \dots(\text{答})$$



問3

L は x , d に比べて十分大きい ($L \gg x, d$) の

で、 $\frac{x + \frac{d}{2}}{L} \ll 1$, $\frac{x - \frac{d}{2}}{L} \ll 1$ より、近似公式

を用いると、

$$\begin{aligned} S_1P &= L \sqrt{1 + \left(\frac{x + \frac{d}{2}}{L}\right)^2} \doteq L \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x + \frac{d}{2}}{L}\right)^2 \right\} \\ &= L + \frac{1}{2L} \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2P &= L \sqrt{1 + \left(\frac{x - \frac{d}{2}}{L}\right)^2} \doteq L \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{d}{2}}{L}\right)^2 \right\} \\ &= L + \frac{1}{2L} \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

これより、経路差 Δl は、

$$\Delta l = S_1P - S_2P \doteq \frac{xd}{L} \quad \dots(\text{答})$$

となる。

問4

明線が生じる位置は強め合う条件より、

$$\frac{xd}{L} = m\lambda \quad \therefore x = m \frac{\lambda L}{d} \quad (=x_m \text{ とおく})$$

これより明線間隔 Δx は、

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda L}{d} \quad \dots(\text{答})$$

となる。暗線についても同様に、暗線が生じる位置は弱め合う条件より、

$$\begin{aligned} \frac{xd}{L} &= \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \\ \therefore x &= \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d} \quad (=x_m \text{ とおく}) \end{aligned}$$

これより暗線間隔 Δx は、

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda L}{d}$$

問題文にあるようにどちらも同じ間隔となる。

II.

問5

図より, 光 L_2 が平面鏡 M_1 と M_4 に入射する際に生じる経路差 Δl は, 近似式「 $\sin\gamma \approx \gamma$ 」を用いて,

$$\Delta l = D \sin\gamma \approx \gamma D \quad \dots(\text{答})$$

問6

光 L_2 のうち平面鏡 M_1 と平面鏡 M_4 に入射するそれぞれの光の経路差 Δl が波長 λ の整数倍の場合, L_1 による明線・暗線の位置と L_2 による明線・暗線の位置は一致し, 観測面には明瞭な干渉縞が見られる。一方, 半波長のずれがある場合, 光 L_1 の暗線の位置に光 L_2 の明線が生じ, 光 L_1 の明線の位置に光 L_2 の暗線が生じ, 観測面全体が明るくなって, 明瞭な干渉縞が消失する。一般に,

明瞭な干渉縞が生じる条件:

$$\gamma D = m\lambda_0$$

一様に明るくなる条件:

$$\gamma D = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \quad \dots(\text{答})$$

(参考) 固定端反射と自由端反射

● 固定端反射と自由端反射

媒質の終端や他の媒質との境界面で反射する際, その端が自由に振動できる場合を自由端, 振動できない場合を固定端という。自由端で山は山, 谷は谷として反射し, 位相は変化しない。一方, 固定端では山は谷, 谷は山として反射し, 位相は π ずれる(半波長分のずれが生じる)。

● 光の反射

屈折率の大きい媒質から屈折率の小さい媒質に向かう境界面の光の反射は自由端反射となり, 位相の変化は生じない。一方, 屈折率の小さい媒質から屈折率の大きい媒質に向かう境界面での光の反射は固定端反射となり, 位相は π ずれる。

● 反射と干渉条件

固定端反射の数が偶数の場合, 位相のずれは干渉条件に影響しないが, 奇数の場合, 明暗の条件が逆になり,

光が弱め合う場合:

$$\Delta L = m\lambda$$

光が強め合う場合:

$$\Delta L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

となる。

問7 $\gamma = 0.05 \times \frac{1}{3600} \times \frac{\pi}{180} [\text{rad}],$

$L = 600 \times (9.5 \times 10^{12}) [\text{km}]$ より,

$$R = \left(0.05 \times \frac{1}{3600} \times \frac{\pi}{180}\right) \times 600 \times (9.5 \times 10^{12}) [\text{km}]$$

$$\therefore \frac{R}{1.4 \times 10^6} \approx 900 \text{ 倍} \quad \dots(\text{答})$$

(参考) ベテルギウス

ベテルギウスはオリオン座にある赤色超巨星で, その大きさは脈動しながら(大きくなり小さくなりを繰り返しながら)徐々に大きくなっており, (天文学的に)近い将来, 超新星爆発をおこす可能性が示唆されている。ベテルギウスは, 現在の観測では太陽の約1000倍以上に膨れ上がっており, 木星の公転軌道の大きさに相当する大きさになっている。

